

**Σύντομη Παρουσίαση της Αξιοποίησης Ενός Γνωστικά Απαιτητικού Έργου που Υλοποιήθηκε στο
Πλαίσιο του Ερευνητικού Προγράμματος EDUCATE**

Ονοματεπώνυμο Εκπαιδευτικού: Δήμητρα Σωτηροπούλου μαθηματικός στο 7^ο Γυμνάσιο Αμαρουσίου.

Χώρα: Ελλάδα (Αθήνα)

Θέμα Μαθήματος: Πολλαπλασιασμός ακεραίων αριθμών

Επίπεδο Εκπαίδευσης: Δευτεροβάθμια

Ηλικία Μαθητών: 13 ετών (μαθητές Α΄ Γυμνασίου)

Διάρκεια μαθήματος: μία (1) διδακτική ώρα

Μαθησιακοί στόχοι:

- Οι μαθητές να εισαχθούν και να ερμηνεύσουν τη διαδικασία του πολλαπλασιασμού των ακεραίων αριθμών (ομόσημων ή ετερόσημων) και κυρίως τον κανόνα των προσήμων, που αντιστοιχεί σε αυτή τη διαδικασία μέσα από ένα παιχνίδι τύχης με μάρκες και κάρτες το οποίο παίζεται σε ομάδες.
- Οι μαθητές να άρουν το βασικότερο εμπόδιο στις πράξεις των ρητών, τις διαφορετικές σημασίες του συμβόλου «-» το οποίο κάποιες φορές δηλώνει πράξη της αφαίρεσης , άλλοτε πρόσημο και κάποιες φορές το σύμβολο του αντίθετου.
- Οι μαθητές να επαναλάβουν την πρόσθεση και την σύγκριση ακεραίων αριθμών προκειμένου να προσθέσουν τους συνολικούς πόντους της κάθε ομάδας για να βρουν την ομάδα που θα έχει τους περισσότερους πόντους.

Το γνωστικά απαιτητικό έργο

Το παιχνίδι «ΜΑΡΚΕΣ & ΚΑΡΤΕΣ» είναι ένα παιχνίδι τύχης που παίζεται σε δύο ομάδες (αγόρια - κορίτσια ενός τμήματος Α΄ Γυμνασίου) και αφορά στον πολλαπλασιασμό των ακεραίων αριθμών

και στον κανόνα των προσήμων που αντιστοιχεί σε αυτή τη διαδικασία. Το παιχνίδι αυτό αποτελείται από:



- 24 κάρτες, στις οποίες αναγράφεται από μια εντολή
π.χ. «Χάνεις 3 μπλε μάρκες»
- ένα κουτί με μπλε μάρκες, που καθεμιά αντιστοιχεί σε απώλεια 5 πόντων δηλαδή αξίας -5
- ένα κουτί με κόκκινες μάρκες, που καθεμιά αντιστοιχεί σε κέρδος 5 πόντων δηλαδή αξίας +5
- 1 ζάρι (για καθοριστεί η σειρά με την οποία θα παίζει η κάθε ομάδα)

Οι κανόνες του παιχνιδιού είναι οι εξής:

- Χωρίζεται ο πίνακας της τάξης σε δύο μέρη ώστε να καταγράφονται οι επιδόσεις της κάθε ομάδας (αγόρια-κορίτσια)
- Τοποθετούνται οι κάρτες ανάποδα ώστε να μην φαίνονται οι εντολές.
- Καθορίζεται με τη ρίψη ζαριού ποια θα είναι η ομάδα που θα παίζει πρώτη.
- Κάθε παίκτης παίρνει 3 κόκκινες και 3 μπλε μάρκες (άθροισμα 0).
- Αφού ο παίκτης τραβήξει τυχαία μια κάρτα, θα πρέπει να εκτελέσει την εντολή αυτή (παίρνοντας ή χάνοντας μπλε ή κόκκινες μάρκες). Στη συνέχεια μετατρέπει την εντολή αυτή σε μαθηματική γλώσσα (πολλαπλασιασμός ακεραίων) γράφοντας την αντίστοιχη αλγεβρική παράσταση στον πίνακα και συμπληρώνει **το αποτέλεσμα το οποίο ταυτίζεται με την αξία από τις μάρκες που έχει μπροστά του.**
- Κερδίζει η ομάδα που θα βγάλει το **μεγαλύτερο άθροισμα από το σύνολο των αποτελεσμάτων** του κάθε παίκτη της.

Ο σχεδιασμός του μαθηματικού έργου έγινε με σκοπό

- να παρέχει **πολλαπλούς τρόπους ερμηνείας** του κανόνα των προσήμων στον πολλαπλασιασμό των ρητών (ανάλογα με τα προφίλ μάθησης των μαθητών) (ΔΙΑΦΟΡΟΠΟΙΗΣΗ)
- να εξηγήσει ότι $(-).(-) = +$ και $(-).(+) = -$, **καταργώντας την απομνημόνευση** αυτών των κανόνων (ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΠΡΟΚΛΗΣΗ)

Περιγραφή της εξέλιξης του έργου κατά τη διδασκαλία η οποία πραγματοποιήθηκε στο 1^ο τμήμα της Α΄ τάξης του 7^{ου} Γυμνασίου Αμαρουσίου.

Η πορεία του μαθήματος εξελίσσεται σε τέσσερις (4) φάσεις

Α΄ φάση

Αρχικά τίθεται το ερώτημα στους μαθητές «τι περιγράφει ο πολλαπλασιασμός $(-3).(-5)$ και πως θα υπολογίσουμε το γινόμενο αυτό». Οι μαθητές αναρωτιούνται και εκφράζουν την απορία τους σε αυτό το ερώτημα. Με αυτό τον τρόπο εισάγεται η **αναγκαιότητα ερμηνείας και υπολογισμού** του πολλαπλασιασμού ακεραίων που θα επιτευχθεί με την βοήθεια ενός παιχνιδιού. Στη συνέχεια περιγράφεται η ταυτότητα του παιχνιδιού «*ΜΑΡΚΕΣ & ΚΑΡΤΕΣ*» και οι κανόνες του όπως έχουν αναφερθεί παραπάνω.



Β΄ φάση

Πριν ξεκινήσει το μαθηματικό παιχνίδι γίνεται συζήτηση στην ολομέλεια της τάξης σχετικά με το γιατί κάθε παίκτης παίρνει αρχικά 3 μπλε και 3 κόκκινες μάρκες. Ακολουθούν κάποιες απόψεις μαθητών.

-Μαθητής 1: «Για να ξεκινάμε από το 0.»

-Μαθητής 2: «Για να βρισκόμαστε στην αρχή 0 του άξονα των ρητών σαν σημείο εκκίνησης.»

-Καθηγήτρια: «θα μπορούσε ο κάθε παίκτης να ξεκινήσει με διαφορετικό πλήθος από κόκκινες και μπλε μάρκες;»

-Μαθήτρια1: «οι μπλε μάρκες αντιπροσωπεύουν αρνητικούς αριθμούς και οι κόκκινες μάρκες αντιπροσωπεύουν θετικούς αριθμούς επομένως αν έχουμε το ίδιο πλήθος από αυτές θα είναι αντίθετοι αριθμοί και όταν τους προσθέτουμε θα κάνουν 0.»

-Καθηγήτρια: «Επομένως μπορούμε να ξεκινήσουμε το παιχνίδι με το ίδιο πλήθος μπλε και κόκκινων μαρκών».

Γ' φάση

Η διαδικασία του παιχνιδιού ξεκινάει και στον πίνακα (εικόνα 1) ο κάθε παίκτης αναγράφει σε φυσική γλώσσα την ένδειξη-εντολή της κάρτας που επέλεξε, εκτελεί την εντολή χάνοντας ή παίρνοντας μπλε - κόκκινες μάρκες, την μετατρέπει (στην στήλη πράξη) σε μαθηματική γλώσσα ως γινόμενο ακεραίων και συμπληρώνει το αποτέλεσμα το οποίο ταυτίζεται με την αξία από τις μάρκες που έχει μπροστά του.

ΚΟΡΙΤΣΙΑ			ΑΓΟΡΑ		
Ενδειξη	Πράξη	Αποτέλεσμα	Ενδειξη	Πράξη	Αποτέλεσμα
Χάνω 1 μπλε	$(-1) \cdot (-5)$	$+5$	Χάνω 1 μπλε	$(-1) \cdot (-5)$	$+5$
Χάνω 1 κόκκινη	$(-1) \cdot (+5)$	-5	Χάνω 3 μπλε	$(-3) \cdot (-5)$	$+15$
Κερδίζω 3 κόκκινες	$(+3) \cdot (-5)$	-15	Κερδίζω 2 κόκκινες	$(+2) \cdot (-5)$	-10

Εικόνα 1

Ας δούμε ένα στιγμιότυπο της διδασκαλίας:

Η Μαθήτρια 2 έχει μπροστά της 3 μπλε και 3 κόκκινες μάρκες. Παίρνει τυχαία μια κάρτα και ανακοινώνει την εντολή που αναγράφει η κάρτα της:

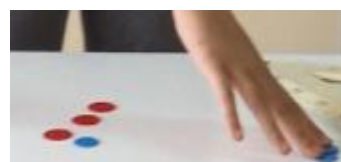
-Μαθήτρια 2: «Χάνεις 2 μπλε μάρκες».

Διώχνει τις 2 μπλε μάρκες οπότε έχει 3 κόκκινες και 1 μπλε μάρκα.(εικόνα 2)

Ζευγαρώνει 1 μπλε και 1 κόκκινη μάρκα που δίνουν άθροισμα 0 και της μένουν 2 κόκκινες μάρκες. (εικόνα 3)

-Μαθήτρια 2: «Οι μπλε μάρκες είναι βάρος οπότε αν τις ξεφορτωθείς τότε είναι σα να έχεις κερδίσει 10 πόντους επειδή για κάθε μπλε μάρκα χάνεις 5 πόντους.» (εικόνα 4)

Άρα προέκυψε αβίαστα η ερμηνεία του $(-).(-)=+$



Εικόνα 2

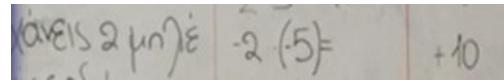


Εικόνα 3

Στη συνέχεια η Μαθήτρια 2 ενώ ερμήνευσε εμπειρικά ότι $(-).(-)=+$, αντιμετωπίζει δυσκολία στην μετατροπή της εντολής από τη φυσική γλώσσα στη μαθηματική δηλαδή στη μετατροπή σε γινόμενο ακεραίων.

Επεμβαίνει ο Μαθητής 3.

-Μαθητής 3: «Σε μένα είχε τύχει η εντολή “Κερδίζεις 2 μπλε μάρκες” και έγραψα $(+2).(-5)$ άρα στη δική σου περίπτωση “Χάνεις 2 μπλε μάρκες” θα ισχύει $(-2).(-5)$.»



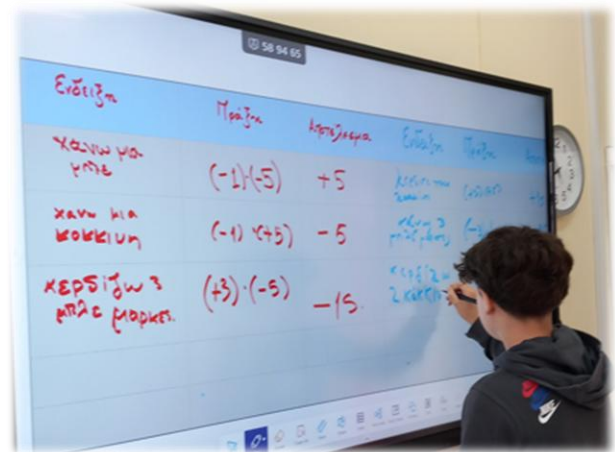
Εικόνα 4

-Μαθήτρια 2: «Άρα $(-2).(-5)=+10$ » (εικόνα 4)

Αφού παίζουν οι μαθητές και των δύο ομάδων αθροίζονται τα αποτελέσματα (από τους παίκτες της αντίπαλης ομάδας) και ανακηρύσσεται η νικήτρια ομάδα.

Δ' φάση

Ανακαλύπτονται και συνοψίζονται οι κανόνες του πολλαπλασιασμού των ακεραίων αριθμών από τους μαθητές.



Ενδειξη	Παράδειγμα	Αποτέλεσμα	Ενδειξη
κάνω μάρκες	$(+1).(-5)$	$+5$	κάνω μάρκες
κάνω για κόκκινη	$(-1).(+5)$	-5	κάνω για κόκκινη
κερδίζω 2 μπλε μάρκες	$(+3).(-5)$	-15	κάνω για κόκκινη

Αναστοχασμός

Οι μαθητές κατάφεραν:

- να οικοδομήσουν με δράση τη νέα γνώση μέσα από την εμπειρία τους
- να εμπλακούν όλοι παραγωγικά σε μαθηματική σκέψη και ο καθένας με τον τρόπο του
- να αποκτήσουν αβίαστα και σύντομα διαδικαστική ευχέρεια στον πολλαπλασιασμό ακεραίων χωρίς την απομνημόνευση του κανόνα των προσήμων.

Στο παραπάνω μαθηματικό έργο προτείνεται ως επέκταση σε δεύτερη διδακτική ώρα το ίδιο παιχνίδι με κάρτες που θα περιέχουν πιο σύνθετες εντολές.

Π.χ. «Κερδίζεις 2 μπλε μάρκες και χάνεις 3 κόκκινες μάρκες» ώστε οι μαθητές να εμπλακούν σε δημιουργία αλγεβρικών παραστάσεων με ακέραιους αριθμούς και στην επίλυση αυτών.